

1 Решением уравнения $x = x \sin \alpha + \cos \alpha$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$

- 1** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **2** $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ **3** $\alpha = 2\pi n$
4 $\alpha = \pi n$ **5** $\alpha = (2n + 1)\pi$

2 Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x + 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество

- 1** $[-4; -2]$ **2** $(-\infty; -2]$ **3** $(-\infty; -4]$
4 $(-\infty; -4] \cup \{-2\}$ **5** $\{-2\}$

3 Упростить выражение $\frac{6 - (\sqrt{13} - 2)^2}{\sqrt{13} + \sqrt{6} - 2} + \sqrt{13} - \sqrt{6}$

- 1** 2 **2** $2 + \sqrt{6}$ **3** $-2 - \sqrt{6}$ **4** $\sqrt{13}$ **5** $\sqrt{13} - 2$

4 Если затраты на покупку апельсинов возросли на 76%, а цена килограмма апельсинов увеличилась на 10%, то вес купленных апельсинов возрос на

- 1** 64% **2** 60% **3** 68% **4** 66% **5** 72%

5 Числа $a = \log_{25} 121$, $b = 1,5$ и $c = \log_4 9$ удовлетворяют соотношению

- 1** $a < c < b$ **2** $a < b < c$ **3** $b > a > c$ **4** $b < a < c$ **5** $a > c > b$

6 Если $\frac{\cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\alpha}{2} - 5 \sin \frac{\alpha}{2}} = 2$, то угол α оканчивается в четверти

- 1** 1 **2** 3 **3** однозначно определить невозможно **4** 4 **5** 2

7 Наименьшее значение функции $y = 9^{\lg x} + 3^{3-2 \lg x}$ равно

- 1** 36 **2** $9\sqrt{3}$ **3** $6\sqrt{3}$ **4** $4\sqrt{3}$ **5** 18

8 Корень уравнения $7^{(-2^x)} = 4$ равен

- 1** $\log_2 \log_7 4$ **2** $-\log_4 \log_7 2$ **3** $\log_4 \log_2 7$
4 уравнение корней не имеет **5** $-\log_2 \log_7 4$

9 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$

- 1** $(-1)^n + 5n$ **2** $1 + 10n$ **3** $\pm 1 + 10n$
4 $(-1)^n + 10n$ **5** $4 + 10n$

10 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 2-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 1 час 48 минут; при печатании на 1-м, 2-м и 3-м - за 2 часа 15 мин, а если листовки печатать на 3-м и 4-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?

- 1** 1ч 12 мин **2** 1ч 20 мин **3** 1ч 24 мин
4 1ч 15 мин **5** 1ч 10 мин

11 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его большего угла равен

- 1** 0,7 **2** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **3** 0,8 **4** $\frac{\sqrt{5}}{4}$ **5** 0,6

12 Все значения a , при которых графики функций $y = x^2 + |x| + 4$ и $y = 4x^{10} - x^4 + 2 + (\sqrt{a})^2$ пересекаются нечетное количество раз, равны

- 1** 0 **2** такое невозможно **3** 2 **4** 4, -4 **5** 4

13 Наименьшее решение неравенства $|x^2 - 6x - 16| \leq 2x - 10$ принадлежит промежутку

- 1** (4; 7) **2** (-2; 6) **3** (6; 10) **4** (8; 12) **5** (3; 5)

14 Найдите отношение радиуса окружности, описанной около прямоугольного треугольника с острым углом 30° , к радиусу вписанной в этот треугольник окружности.

- 1** $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ **2** $\sqrt{3} + 2$ **3** $\sqrt{3} + 1$ **4** $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ **5** $\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}$

15 Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}) \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6}) > 0$ образуют множество

- 1** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; +\infty)$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6})$ **3** $(-\infty; \log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8})$
4 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6}; +\infty)$ **5** $(-\infty; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6})$

16 Площадь области, задаваемой условием $(y - \sin x - 1)(\sin x - 2 - y)\sqrt{x - x^2} + 2 \geq 0$, равна

- 1** 9 **2** 2 **3** 3 **4** 6 **5** 12

17 Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{16x+72-x^2}{25}} \leq \frac{16x+72-x^2}{25}$ равно

1 21 **2** 24 **3** 22 **4** 23 **5** 20

18 Все значения a , при которых уравнение $9^x + a \cdot 3^x + a - 1 = 0$ не имеет решений, образуют множество

1 $\emptyset$ **2** $[1; +\infty)$ **3** $(-\infty; +\infty)$
4 $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ **5** $[1; 2) \cup (2; +\infty)$

19 Вычислить $\sqrt{33,5 + \sqrt{1073,25}} + \sqrt{33,5 - \sqrt{1073,25}}$

1 $\sqrt{53}$ **2** 9 **3** $2\sqrt{15}$ **4** $2\sqrt{33,5}$ **5** $\sqrt{67}$

20 Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_3(-3x)$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид

1 $y = 3^{-x+1}$ **2** $y = \log_3(\frac{1}{3}x)$ **3** $y = 3^{-x-1}$
4 $y = 3^{-x}$ **5** $y = \log_3(3x)$

21 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 5}$ заключена в интервале

1 $(-2; -1)$ **2** $(3; 5)$ **3** $(0; \sqrt{3})$ **4** $(1; 2)$ **5** $(2; 4)$

22 Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{30}-\sqrt{12}}\right)^{x^2-3x} > \left(\frac{21-\sqrt{360}}{2}\right)$ равно

1 $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ **2** $(-2; -1)$ **3** $(-1; +\infty)$
4 $(1; 2)$ **5** $(-\infty; 1)$

23 Среди приведенных, указать промежуток, где уравнение $\frac{|x^2 - 2x - 3|}{x^2 - 2x - 3} + (x - a)^2 = 0$ имеет два различных корня

1 $a \in (0; 2)$ **2** $a \in (-1; 1)$ **3** $a \in (4; +\infty)$
4 $a \in (-\infty; -1)$ **5** $a \in (-1; 3)$

24 Значение выражения $\arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1) - \arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1)$ равно

1 $\frac{5\pi}{6}$ **2** $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **3** $-\frac{\pi}{3}$ **4** $-\frac{\pi}{6}$ **5** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

25 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$, равна

1 3 **2** 5 **3** 6 **4** 7 **5** 4

26 Решить неравенство $5x - 6 > \sqrt{1 + 3x(3x + 2)} + \sqrt{-4x^2 + 16x + 20}$

1 $(-1; 5]$ **2** $\left(\frac{11 + 3\sqrt{7}}{4}; 5\right]$ **3** $\left(\frac{11 + 2\sqrt{7}}{4}; 5\right]$
4 $\left(\frac{11 + \sqrt{7}}{4}; 5\right]$ **5** $(0; 5]$

27 Уравнение $e^x = ax^2$ имеет три решения при всех $a > 0$ из промежутка

1 $(4e^{-2}; +\infty)$ **2** $(0, 25e^2; +\infty)$ **3** $(0; 2, 25)$
4 $(0; 3]$ **5** $(0; 0, 25e^2)$

28 Сумма всех корней уравнения $5^x \cdot 73^{(-\frac{1}{x})} = 417$ принадлежит промежутку

1 $[6; 999)$ **2** $[4; 5)$ **3** $[5; 6)$ **4** $[3; 4)$ **5** $(-999; 3)$

29 Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[1; 3]$, являются решениями неравенства $x^2 - x + (a - 2)(3 - a) < 0$.

1 $(0; 5)$ **2** $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$ **3** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$
4 $(0; 2) \cup (3; 5)$ **5** $(2; 3)$

30 Указать промежуток, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{\log_2(x^2 + 1) + 2^x}{\frac{1}{2} - \cos x} - \frac{-2^x + \log_{0,5}(x^2 + 1)}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$

1 $(-3, 8; -2, 5)$ **2** $(2, 5; 3, 7)$ **3** $(10, 5; 11, 1)$
4 $(8, 7; 10, 1)$ **5** $(6, 7; 7, 7)$

1 Решением уравнения $x - \sin \alpha = -x \cos \alpha$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$

1 $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ **2** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **3** $\alpha = \pi n$

4 $\alpha = 2\pi n$ **5** $\alpha = (2n + 1)\pi$

2 Все значения параметра a , при которых уравнение $(3x + a) \lg(x - 1) = 0$ имеет только один корень, образуют множество

1 $[-3; +\infty)$ **2** $[-3; +\infty) \cup \{-6\}$ **3** $\{-6\}$

4 $(-\infty; -3]$ **5** $[-6; -3]$

3 Упростить выражение $\frac{(\sqrt{13} - 2)^2 - 6}{2 - \sqrt{13} - \sqrt{6}} + \sqrt{13}$

1 2 **2** $2 + \sqrt{6}$ **3** $\sqrt{13}$ **4** $\sqrt{13} - 2$ **5** $-2 - \sqrt{6}$

4 Если затраты на покупку бананов возросли на 56%, а цена килограмма бананов увеличилась на 20%, то вес купленных бананов возрос на

1 30% **2** 24% **3** 48% **4** 36% **5** 32%

5 Числа $a = \log_4 9$, $b = \log_6 14$ и $c = 1,5$ удовлетворяют соотношению

1 $b < a < c$ **2** $b < c < a$ **3** $b > c > a$ **4** $b > a > c$ **5** $a < b < c$

6 Если $\frac{3 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{\alpha}{2}} = 4$, то угол α оканчивается в четверти

1 2 **2** 3 **3** однозначно определить невозможно **4** 1 **5** 4

7 Наименьшее значение функции $y = 4^{\lg x} + 2^{1-2 \lg x}$ равно

1 $3\sqrt{2}$ **2** $4\sqrt{2}$ **3** 4 **4** 8 **5** $2\sqrt{2}$

8 Корень уравнения $3^{(-2^x)} = 7$ равен

1 $-\log_2 \log_3 7$ **2** $-\log_3 \log_2 7$ **3** уравнение корней не имеет

4 $\log_3 \log_2 7$ **5** $\log_2 \log_3 7$

9 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$

1 $\pm 1 + 10n$ **2** $-1 + 10n$ **3** $(-1)^{n+1} + 10n$

4 $(-1)^{n+1} + 5n$ **5** $6 + 10n$

10 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 2-м, 3-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 12 минут; при печатании на 1-м, 3-м и 4-м - за 1 час 50 мин, а если листовки печатать на 1-м и 2-м станках, то тираж напечатают за 1 час 24 мин. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?

1 1ч 15 мин **2** 1ч 10 мин **3** 1ч 12 мин

4 1ч 20 мин **5** 1ч 24 мин

11 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его меньшего угла равен

1 0,6 **2** $\frac{\sqrt{5}}{4}$ **3** 0,8 **4** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **5** 0,7

12 Все значения a , при которых графики функций $y = |x - 2| + |x + 2|$ и $y = x^{10} - 9x^8 + 4x^6 - 3x^2 + (\sqrt{a})^2$ пересекаются нечетное количество раз, равны

1 такое невозможно **2** 4, -4 **3** 4 **4** 2 **5** 0

13 Наибольшее решение неравенства $|x^2 + 6x - 16| \leq 10 - 2x$ принадлежит промежутку

1 $(-2; 2)$ **2** $(2; 5)$ **3** $(3; 6)$ **4** $(-6; 2)$ **5** $(-6; 0)$

14 Найдите отношение радиуса окружности, описанной около прямоугольного треугольника с острым углом 60° , к радиусу вписанной в этот треугольник окружности.

1 $\sqrt{3} + 1$ **2** $2\sqrt{3} + 1$ **3** $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ **4** $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ **5** $\frac{1}{\sqrt{3}} + 2$

15 Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}) \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{3}}{3}) > 0$ образуют множество

1 $(-\infty; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}; +\infty)$

3 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$ **4** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; +\infty)$ **5** $(-\infty; \log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$

16 Площадь области, задаваемой условием $(\cos x + 1 - y)(y - \cos x + 3)\sqrt{3x - x^2} \geq 0$, равна

1 2 **2** 3 **3** 12 **4** 6 **5** 9

17 Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{72-16x-x^2}{25}} \leq \frac{72-16x-x^2}{25}$ равно

1 20 **2** 21 **3** 23 **4** 22 **5** 24

18 Все значения параметра a , при которых уравнение $25^x + 2a \cdot 5^x + a - 3 = 0$ имеет ровно одно решение, образуют множество

1 $(-\infty; 3)$ **2** $(-\infty; +\infty)$ **3** $(0; 3)$ **4** $\emptyset$ **5** $[3; +\infty)$

19 Вычислить $\sqrt{6, 25 - \sqrt{34}} - \sqrt{6, 25 + \sqrt{34}}$

1 -2 **2** $\sqrt{10, 25}$ **3** $-\sqrt{10, 25}$ **4** $-2\sqrt{2}$ **5** $2\sqrt{2}$

20 Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_2(-2x)$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид

1 $y = 2^{-x-1}$ **2** $y = 2^{-x}$ **3** $y = \log_2(2x)$

4 $y = \log_2(0, 5x)$ **5** $y = 2^{-x+1}$

21 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ заключена в интервале

1 $(-2; -1)$ **2** $(2; 4)$ **3** $(0; \sqrt{3})$ **4** $(1; 2)$ **5** $(3; 5)$

22 Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{40} - \sqrt{2}}\right)^{x^2 - 5x + 8} < \left(\frac{2}{21 - 4\sqrt{5}}\right)$ равно

1 $(2; 3)$ **2** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ **3** $(3; +\infty)$

4 $(-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$ **5** $(-\infty; 2)$

23 Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{|x^2 - 2x - 3|}{x^2 - 2x - 3} - (x + a)^2 = 0$ имеет один корень

1 $a \in (3; +\infty)$ **2** $a \in (-4; -3, 5)$ **3** $a \in (3; 4)$

4 $a \in (-\infty; -1)$ **5** $a \in (-5; -4)$

24 Значение выражения $\operatorname{arccctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1) - \operatorname{arccctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1)$ равно

1 $\frac{5\pi}{6}$ **2** $-\frac{\pi}{6}$ **3** $\sqrt{3}$ **4** $\frac{\pi}{6}$ **5** $-\sqrt{3}$

25 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих условию $x^2 + 2xy - 3y^2 - 13 = 0$, равна

1 9 **2** 7 **3** 5 **4** 4 **5** 8

26 Решить неравенство $4x - 5 > \sqrt{4 + 3x(3x - 4)} + \sqrt{-2x^2 + 14x - 20}$

1 $(4; 5]$ **2** $\left(\frac{10 + \sqrt{13}}{3}; 5\right]$ **3** $(2; 5]$

4 $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; 5\right]$ **5** $\left(\frac{10 - \sqrt{13}}{3}; 5\right]$

27 Уравнение $a \cdot e^x = x^2$ имеет единственное решение при всех $a > 0$ из промежутка

1 $(0; 0, 25e^2)$ **2** $(4e^{-2}; +\infty)$ **3** $(e; +\infty)$ **4** $(0; 3]$ **5** $(0; 2, 25)$

28 Сумма всех корней уравнения $2^x \cdot 19^{(-\frac{1}{x})} = 117$ принадлежит промежутку

1 $[4; 5)$ **2** $[6; 999)$ **3** $[3; 4)$ **4** $[5; 6)$ **5** $(-999; 3)$

29 Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[1; 2]$, являются решениями неравенства $x^2 - 6x + (a + 2)(4 - a) > 0$.

1 $(-1; 0) \cup (2; 3)$ **2** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ **3** $(-1; 3)$

4 $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ **5** $(0; 2)$

30 Указать промежутки, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{\log_{0,5}(x^2 + 1) - 2^x}{\sin x - 0,5}} + \frac{2^x + \log_2(x^2 + 1)}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}$

1 $(2, 4; 2, 5)$ **2** $(-0, 7; 1, 5)$ **3** $(0, 8; 1, 5)$ **4** $(-1, 5; 0, 9)$ **5** $(0; \pi)$

1 Решением уравнения $x \sin \alpha = \cos \alpha - x$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$

- 1** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **2** $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ **3** $\alpha = \pi n$
4 $\alpha = (2n + 1)\pi$ **5** $\alpha = 2\pi n$

2 Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x - 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество

- 1** $(-\infty; 6]$ **2** $(-\infty; 4]$ **3** $(-\infty; 4] \cup \{6\}$ **4** $[4; 6]$ **5** $\{6\}$

3 Упростить выражение $\frac{(\sqrt{13} - 2)^2 - 6}{\sqrt{13} + \sqrt{6} - 2} + \sqrt{6}$

- 1** $\sqrt{13}$ **2** $\sqrt{13} - 2$ **3** $-2 - \sqrt{6}$ **4** 2 **5** $2 + \sqrt{6}$

4 Если затраты на покупку огурцов возросли на 92%, а цена килограмма огурцов увеличилась на 60%, то вес купленных огурцов возрос на

- 1** 32% **2** 20% **3** 36% **4** 18% **5** 24%

5 Числа $a = \log_2 3$, $b = \log_{36} 196$ и $c = 1,5$ удовлетворяют соотношению

- 1** $a < b < c$ **2** $b > a > c$ **3** $b < a < c$ **4** $b < c < a$ **5** $b > c > a$

6 Если $\frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}}{4 \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}} = -2$, то угол α оканчивается в четверти

- 1** 2 **2** 4 **3** однозначно определить невозможно **4** 1 **5** 3

7 Наименьшее значение функции $y = 4^{\lg x} + 2^{5-2 \lg x}$ равно

- 1** 8 **2** 4 **3** $8\sqrt{2}$ **4** $2\sqrt{2}$ **5** $4\sqrt{2}$

8 Корень уравнения $6^{(-2^x)} = 3$ равен

- 1** корней нет **2** $\log_6 \log_2 3$ **3** $\log_6 \log_2 9$
4 $-\log_6 \log_2 3$ **5** $-\log_3 \log_6 2$

9 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$

- 1** $4 + 10n$ **2** $1 + 10n$ **3** $(-1)^n + 5n$
4 $(-1)^n + 10n$ **5** $\pm 1 + 10n$

10 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 3-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 30 минут; при печатании на 1-м, 2-м и 4-м - за 1 час 40 мин, а если листовки печатать на 2-м и 3-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?

- 1** 1ч 24 мин **2** 1ч 12 мин **3** 1ч 15 мин
4 1ч 20 мин **5** 1ч 10 мин

11 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его большего угла равен

- 1** $\frac{\sqrt{5}}{4}$ **2** 0,8 **3** 0,7 **4** 0,6 **5** $\frac{\sqrt{5}}{3}$

12 Все значения a , при которых графики функций $y = 2x^6 + 7x^2 + 1$ и $y = 3x^{10} - 9x^2 + \sqrt{a^2}$ пересекаются нечетное количество раз, равны

- 1** 1 **2** -1 **3** 1, -1 **4** 0 **5** такое невозможно

13 Наибольшее решение неравенства $|x^2 - 6x - 16| \leq 2x - 10$ принадлежит промежутку

- 1** (1; 7) **2** (9; 14) **3** (4; 7) **4** (5; 11) **5** (11; 15)

14 Найдите отношение радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с острым углом 30° , к радиусу описанной около этого треугольника окружности.

- 1** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ **2** $\sqrt{3}-1$ **3** $\sqrt{3}+1$ **4** $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **5** $\sqrt{3}/6$

15 Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \sin \frac{\pi}{6})(x - \log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{3}) > 0$ образуют множество

- 1** $(0; +\infty)$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$ **3** $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; +\infty)$
4 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; \log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5)$ **5** $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$

16 Площадь области, задаваемой условием $(x-1)(x-3)\sqrt{(y-\sin 2x-1)(\sin 2x-2-y)} \leq 0$, равна

- 1** 2 **2** 3 **3** 9 **4** 12 **5** 6

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 3	3		
17	Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{64-18x-x^2}{22}} \leq \frac{64-18x-x^2}{22}$ равно				
	1 23	2 20	3 22	4 21	5 24
18	Все значения a , при которых уравнение $4^x + a \cdot 2^x + a - 2 = 0$ не имеет решений, образуют множество				
	1 $(0; 2)$	2 $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$	3 $(-\infty; +\infty)$	4 $\emptyset$	5 $[2; +\infty)$
19	Вычислить $\sqrt{10,5 - \sqrt{106,25}} - \sqrt{10,5 + \sqrt{106,25}}$				
	1 $-\sqrt{19}$	2 $\sqrt{17}$	3 $\sqrt{19}$	4 $-\sqrt{17}$	5 $-\sqrt{21}$
20	Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_2(-\frac{2}{x})$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид				
	1 $y = 2^{x-1}$	2 $y = -\log_2(\frac{2}{x})$	3 $y = 2^{-x}$	4 $y = \log_2(\frac{x}{2})$	5 $y = 2^{x+1}$
21	Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 2}$ заключена в интервале				
	1 $(0; \sqrt{3})$	2 $(3; 5)$	3 $(1; 2)$	4 $(2; 4)$	5 $(-2; -1)$
22	Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{44+\sqrt{6}}}\right)^{x^2+2x-13} > \left(\frac{2}{25+\sqrt{264}}\right)$ равно				
	1 $(-5; 3)$	2 $(-\infty; 3)$	3 $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$	4 $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$	5 $(-3; 5)$
23	Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{ x^2 - x - 2 }{x^2 - x - 2} + (x + a)^2 = 0$ имеет два различных корня				
	1 $a \in (-0,5; 0)$	2 $a \in (-\infty; -2)$	3 $a \in (3; +\infty)$	4 $a \in (0; 0,5)$	5 $a \in (0,5; 1)$
24	Значение выражения $\operatorname{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1) - \operatorname{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1)$ равно				
	1 $-\frac{\pi}{6}$	2 $\sqrt{3}$	3 $\frac{5\pi}{6}$	4 $-\frac{\pi}{3}$	5 $-\sqrt{3}$
25	Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 13 = 0$, равна				
	1 6	2 9	3 4	4 5	5 7

ТО2008-2

Олимпиада учителей, ноябрь 2008

Вариант 3

4

26

Решить неравенство $4x - 5 > \sqrt{1 + x(x + 2)} + \sqrt{-3x^2 + 6x + 24}$

1

$(-2; 4]$

2

$\left(\frac{5}{4}; 2\right]$

3

$\left(\frac{4 + \sqrt{33}}{4}; 4\right]$

4

$(3; 4]$

5

$\left(\frac{7 + \sqrt{33}}{4}; 4\right]$

27

Уравнение $e^x = ax^2$ имеет единственное решение при всех $a > 0$ из промежутка

1

$(0; 0,25e^2)$

2

$(0,25e^2; +\infty)$

3

$(0; 3]$

4

$(0; 2,25)$

5

$(e^2; +\infty)$

28

Сумма всех корней уравнения $3^x \cdot 61^{(-\frac{1}{x})} = 217$ принадлежит промежутку

1

$[3; 4)$

2

$[6; 999)$

3

$[4; 5)$

4

$[5; 6)$

5

$(-999; 3)$

29

Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[-1; 1]$, являются решениями неравенства $x^2 - 5x + (a + 1)(4 - a) < 0$.

1

$(0; 3)$

2

$(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$

3

$(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

4

$(-2; 5)$

5

$(-2; 0) \cup (3; 5)$

30

Указать промежутки, в каждой точке которого определена функция

$$y = \sqrt{\frac{\log_{0,5}(x^2 + 1) - 2^x}{0,5 - \cos x} - \frac{2^x + \log_2(x^2 + 1)}{\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

1

$(7,4; 8,5)$

2

$(-2,5; -1,2)$

3

$(3,7; 5,1)$

4

$(9,2; 9,5)$

5

$(1,1; 2,5)$

- 1** Решением уравнения $x = \sin \alpha + x \cos \alpha$ является любое число, если, ($n \in \mathbb{Z}$)
- 1** $\alpha = 2\pi n$ **2** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **3** $\alpha = (2n + 1)\pi$
- 4** $\alpha = \pi n$ **5** $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$

- 2** Все значения параметра a , при которых уравнение $(3x + a) \lg(x + 1) = 0$ имеет только один корень, образуют множество
- 1** $[0; 3]$ **2** $[3; +\infty)$ **3** $[3; +\infty) \cup \{0\}$ **4** $(-\infty; 3]$ **5** $\{0\}$

- 3** Упростить выражение $\frac{6 - (\sqrt{13} - 2)^2}{2 - \sqrt{13} - \sqrt{6}} - \sqrt{13}$
- 1** $\sqrt{13}$ **2** $-2 - \sqrt{6}$ **3** 2 **4** $2 + \sqrt{6}$ **5** $\sqrt{13} - 2$

- 4** Если затраты на покупку помидоров возросли на 82%, а цена килограмма помидоров увеличилась на 30%, то вес купленных помидоров возрос на
- 1** 32% **2** 48% **3** 52% **4** 36% **5** 40%

- 5** Числа $a = \log_5 11$, $b = 1,5$ и $c = \log_2 3$ удовлетворяют соотношению
- 1** $b > a > c$ **2** $b < a < c$ **3** $a < c < b$ **4** $a < b < c$ **5** $a > c > b$

- 6** Если $\frac{\sin \frac{\alpha}{2} - 3 \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} + 5 \cos \frac{\alpha}{2}} = 3$, то угол α оканчивается в четверти
- 1** однозначно определить невозможно **2** 3 **3** 4 **4** 2 **5** 1

- 7** Наименьшее значение функции $y = 4^{\lg x} + 2^{3-2 \lg x}$ равно
- 1** $2\sqrt{2}$ **2** 8 **3** $6\sqrt{2}$ **4** $4\sqrt{2}$ **5** 4

- 8** Корень уравнения $5^{(-2^x)} = 2$ равен
- 1** $\log_5 \log_2 0,2$ **2** $\log_5 \log_2 5$ **3** $-\log_2 \log_5 2$
- 4** корней нет **5** $-\log_5 \log_2 5$

- 9** Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ определяются формулой ($n \in \mathbb{Z}$)
- 1** $6 + 10n$ **2** $-1 + 10n$ **3** $(-1)^{n+1} + 5n$
- 4** $\pm 1 + 10n$ **5** $(-1)^{n+1} + 10n$

- 10** В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 2-м и 3-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 40 минут; при печатании на 2-м, 3-м и 4-м - за 1 час 36 мин, а если листовки печатать на 1-м и 4-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?
- 1** 1ч 15 мин **2** 1ч 10 мин **3** 1ч 20 мин
- 4** 1ч 24 мин **5** 1ч 12 мин

- 11** В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его меньшего угла равен
- 1** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **2** 0,8 **3** 0,6 **4** $\frac{\sqrt{5}}{4}$ **5** 0,7

- 12** Все значения a , при которых графики функций $y = x^6 + 3x^2 + 1$ и $y = x^{100} - 90x^{50} + \sqrt{a^2}$ пересекаются нечетное количество раз, равны
- 1** 1 **2** такое невозможно **3** 0 **4** -1 **5** 1, -1

- 13** Наименьшее решение неравенства $|x^2 + 6x - 16| \leq 10 - 2x$ принадлежит промежутку
- 1** (0; 6) **2** (1; 5) **3** (-11; -5) **4** (-10; -6) **5** (-9; -3)

- 14** Найдите отношение радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с острым углом 45° , к радиусу описанной около этого треугольника окружности.
- 1** 0,25 **2** $\sqrt{2} - 1$ **3** $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ **4** $\sqrt{2} + 1$ **5** 0,5

- 15** Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \cos \frac{\pi}{3})(x - \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}) > 0$ образуют множество
- 1** $(0; +\infty)$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; \log_{\frac{\pi}{3}} 0,5)$ **3** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$
- 4** $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0,5; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; +\infty)$ **5** $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0,5; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$

- 16** Площадь области, задаваемой условием $(x^2 - 1)\sqrt{(\cos 2x - 2 - y)(-\cos 2x + 1 + y)} \leq 0$, равна
- 1** 2 **2** 6 **3** 9 **4** 12 **5** 3

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 4	3						
17	Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{18x+64-x^2}{22}} \leq \frac{18x+64-x^2}{22}$ равно								
1	24	2	21	3	22	4	23	5	20
18	Все значения a , при которых уравнение $4^x + (a+1) \cdot 2^x + a = 0$ имеет ровно два решения, образуют множество								
1	$(-\infty; 0)$	2	$\emptyset$	3	$(-\infty; -1)$	4	$(0; +\infty)$	5	$(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$
19	Вычислить $\sqrt{11,75} - \sqrt{99} - \sqrt{11,75} + \sqrt{99}$								
1	$-2\sqrt{3}$	2	3	3	$-23,5$	4	$\sqrt{11}$	5	$-\sqrt{11}$
20	Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_3(-\frac{3}{x})$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид								
1	$y = \log_3(\frac{x}{3})$	2	$y = -\log_3(\frac{3}{x})$	3	$y = 3^{x-1}$	4	$y = 3^{-x}$	5	$y = 3^{x+1}$
21	Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2+3x+3}{x^2+2x+2}$ заключена в интервале								
1	$(1; 2)$	2	$(3; 5)$	3	$(-2; -1)$	4	$(0; \sqrt{3})$	5	$(2; 4)$
22	Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{20}-\sqrt{6}}\right)^{x^2-4x+1} > \left(\frac{13-\sqrt{120}}{2}\right)$ равно								
1	$(-\infty; 3)$	2	$(1; +\infty)$	3	$(-3; -1)$	4	$(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$	5	$(1; 3)$
23	Среди приведенных, указать промежуток, где уравнение $\frac{x^2-x-2}{ x^2-x-2 } - (x-a)^2 = 0$ не имеет корней								
1	$a \in (-1; 0)$	2	$a \in (3; +\infty)$	3	$a \in (0, 5; 2)$	4	$a \in (0; 0, 5)$	5	$a \in (-2; -1)$
24	Значение выражения $\operatorname{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}}+1) - \operatorname{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}}-1)$ равно								
1	$-\frac{\pi}{6}$	2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	3	$-\frac{\pi}{3}$	4	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	5	$\frac{\pi}{6}$
25	Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $-3x^2 + 2xy + y^2 - 13 = 0$, равна								
1	9	2	7	3	4	4	8	5	5

ТО2008-2

Олимпиада учителей, ноябрь 2008

Вариант 4

4

26

Решить неравенство $3x + 4 > \sqrt{9 + 4x(x + 3)} + \sqrt{-2x^2 - 8x + 10}$

1

$\left(\frac{\sqrt{13} - 5}{3}; 1\right]$

2

$\left(-\frac{1}{3}; 1\right]$

3

$(-5; 1]$

4

$\left(-\frac{4}{3}; 1\right]$

5

$\left(\frac{2\sqrt{13} - 5}{3}; 1\right]$

27

Уравнение $a \cdot e^x = x^2$ имеет три решения при всех $a > 0$ из промежутка

1

$(0; 0, 25e^2)$

2

$(0; 2, 25)$

3

$(4e^{-2}; +\infty)$

4

$(0; 4e^{-2})$

5

$(0; 3]$

28

Сумма всех корней уравнения $7^x \cdot 61^{(-\frac{1}{x})} = 37$ принадлежит промежутку

1

$[4; 5)$

2

$(-999; 2)$

3

$[2; 3)$

4

$[5; 999)$

5

$[3; 4)$

29

Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[1; 3]$, являются решениями неравенства $x^2 - x + (a - 2)(3 - a) > 0$.

1

$(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

2

$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

3

$(0; 2) \cup (3; 5)$

4

$(2; 3)$

5

$(0; 5)$

30

Указать промежуток, в каждой точке которого определена функция

$$y = \sqrt{\frac{2^x - \log_{0,5}(x^2 + 1)}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}} + \frac{2^x + \log_2(x^2 + 1)}{0,5 - \sin x}$$

1

$(-1, 5; 0, 9)$

2

$(0, 8; 1, 5)$

3

$(0; \pi)$

4

$(-0, 7; 1, 5)$

5

$(2, 4; 2, 5)$

1 Решением уравнения $x = \sin \alpha + x \cos \alpha$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$
1 $\alpha = \pi n$ **2** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **3** $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$
4 $\alpha = 2\pi n$ **5** $\alpha = (2n + 1)\pi$

2 Все значения параметра a , при которых уравнение $(3x + a) \lg(x + 1) = 0$ имеет только один корень, образуют множество
1 $[0; 3]$ **2** $(-\infty; 3]$ **3** $[3; +\infty) \cup \{0\}$ **4** $[3; +\infty)$ **5** $\{0\}$

3 Упростить выражение $\frac{6 - (\sqrt{13} - 2)^2}{2 - \sqrt{13} - \sqrt{6}} - \sqrt{13}$
1 2 **2** $\sqrt{13}$ **3** $2 + \sqrt{6}$ **4** $\sqrt{13} - 2$ **5** $-2 - \sqrt{6}$

4 Если затраты на покупку бананов возросли на 56%, а цена килограмма бананов увеличилась на 20%, то вес купленных бананов возрос на
1 24% **2** 32% **3** 36% **4** 30% **5** 48%

5 Числа $a = \log_4 9$, $b = \log_6 14$ и $c = 1,5$ удовлетворяют соотношению
1 $b > c > a$ **2** $a < b < c$ **3** $b > a > c$ **4** $b < c < a$ **5** $b < a < c$

6 Если $\frac{\sin \frac{\alpha}{2} - 3 \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2} + 5 \cos \frac{\alpha}{2}} = 3$, то угол α оканчивается в четверти
1 2 **2** 3 **3** 4 **4** 1 **5** однозначно определить невозможно

7 Наименьшее значение функции $y = 4^{1+\lg x} + 2^{1-2\lg x}$ равно
1 $\sqrt{2}$ **2** $4\sqrt{2}$ **3** $2\sqrt{2}$ **4** 4 **5** 2

8 Корень уравнения $6^{(-2^x)} = 3$ равен
1 $\log_6 \log_2 3$ **2** $\log_6 \log_2 9$ **3** корней нет
4 $-\log_3 \log_6 2$ **5** $-\log_6 \log_2 3$

9 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$
1 $(-1)^{n+1} + 5n$ **2** $(-1)^{n+1} + 10n$ **3** $\pm 1 + 10n$
4 $-1 + 10n$ **5** $6 + 10n$

10 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 2-м и 3-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 40 минут; при печатании на 2-м, 3-м и 4-м - за 1 час 36 мин, а если листовки печатать на 1-м и 4-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?
1 1ч 12 мин **2** 1ч 10 мин **3** 1ч 24 мин
4 1ч 20 мин **5** 1ч 15 мин

11 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его меньшего угла равен
1 $\frac{\sqrt{5}}{4}$ **2** 0,8 **3** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **4** 0,6 **5** 0,7

12 Все значения a , при которых графики функций $y = x^2 + |x| + 4$ и $y = 4x^{10} - x^4 + 2 + (\sqrt{a})^2$ пересекаются нечетное количество раз, равны
1 4 **2** 0 **3** такое невозможно **4** 4, -4 **5** 2

13 Наименьшее решение неравенства $|x^2 + 6x - 16| \leq 10 - 2x$ принадлежит промежутку
1 $(-11; -5)$ **2** $(0; 6)$ **3** $(1; 5)$ **4** $(-10; -6)$ **5** $(-9; -3)$

14 Найдите отношение радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с острым углом 30° , к радиусу описанной около этого треугольника окружности.
1 $\sqrt{3} - 1$ **2** $\sqrt{3}/6$ **3** $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **4** $\sqrt{3} + 1$ **5** $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$

15 Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}) \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{3}}{3}) > 0$ образуют множество
1 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}; +\infty)$ **2** $(-\infty; \log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8})$
3 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$ **4** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; +\infty)$
5 $(-\infty; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6})$

16 Площадь области, задаваемой условием $(\cos x + 1 - y)(y - \cos x + 3)\sqrt{3x - x^2} \geq 0$, равна
1 2 **2** 9 **3** 12 **4** 6 **5** 3

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 5	3						
17	Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{18x+64-x^2}{22}} \leq \frac{18x+64-x^2}{22}$ равно								
1	22	2	20	3	21	4	24	5	23
18	Все значения параметра a , при которых уравнение $25^x + 2a \cdot 5^x + a - 3 = 0$ имеет ровно одно решение, образуют множество								
1	$(-\infty; 3)$	2	$(0; 3)$	3	$\emptyset$	4	$[3; +\infty)$	5	$(-\infty; +\infty)$
19	Вычислить $\sqrt{6,25 - \sqrt{34}} - \sqrt{6,25 + \sqrt{34}}$								
1	$2\sqrt{2}$	2	-2	3	$-2\sqrt{2}$	4	$\sqrt{10,25}$	5	$-\sqrt{10,25}$
20	Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_3(-\frac{3}{x})$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид								
1	$y = 3^{-x}$	2	$y = \log_3(\frac{x}{3})$	3	$y = 3^{x+1}$	4	$y = -\log_3(\frac{3}{x})$	5	$y = 3^{x-1}$
21	Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 4x + 5}$ заключена в интервале								
1	$(1; 2)$	2	$(-2; -1)$	3	$(3; 5)$	4	$(2; 4)$	5	$(0; \sqrt{3})$
22	Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{20}-\sqrt{6}}\right)^{x^2-4x+1} > \left(\frac{13-\sqrt{120}}{2}\right)$ равно								
1	$(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$	2	$(-3; -1)$	3	$(1; 3)$	4	$(-\infty; 3)$	5	$(1; +\infty)$
23	Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{ x^2 - 2x - 3 }{x^2 - 2x - 3} - (x + a)^2 = 0$ имеет один корень								
1	$a \in (-\infty; -1)$	2	$a \in (-4; -3,5)$	3	$a \in (3; 4)$	4	$a \in (-5; -4)$	5	$a \in (3; +\infty)$
24	Значение выражения $\arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1) - \arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1)$ равно								
1	$-\frac{\pi}{6}$	2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	3	$\frac{5\pi}{6}$	4	$-\frac{\pi}{3}$	5	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
25	Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $-3x^2 + 2xy + y^2 - 13 = 0$, равна								
1	8	2	4	3	9	4	7	5	5

ТО2008-2

Олимпиада учителей, ноябрь 2008

Вариант 5

4

26

Решить неравенство $4x - 5 > \sqrt{4 + 3x(3x - 4)} + \sqrt{-2x^2 + 14x - 20}$

1

$\left(\frac{10 + \sqrt{13}}{3}; 5\right]$

2

$\left(\frac{10 - \sqrt{13}}{3}; 5\right]$

3

$(2; 5]$

4

$(4; 5]$

5

$\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; 5\right]$

27

Уравнение $e^x = ax^2$ имеет единственное решение при всех $a > 0$ из промежутка

1

$(0; 3]$

2

$(0; 2, 25)$

3

$(0; 0, 25e^2)$

4

$(0, 25e^2; +\infty)$

5

$(e^2; +\infty)$

28

Сумма всех корней уравнения $5^x \cdot 73^{(-\frac{1}{x})} = 417$ принадлежит промежутку

1

$[5; 6)$

2

$[6; 999)$

3

$[3; 4)$

4

$(-999; 3)$

5

$[4; 5)$

29

Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[1; 3]$, являются решениями неравенства $x^2 - x + (a - 2)(3 - a) > 0$.

1

$(0; 2) \cup (3; 5)$

2

$(2; 3)$

3

$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

4

$(0; 5)$

5

$(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$

30

Указать промежуток, в каждой точке которого определена функция

$$y = \sqrt{\frac{\log_2(x^2 + 1) + 2^x}{\frac{1}{2} - \cos x} - \frac{-2^x + \log_{0,5}(x^2 + 1)}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

1

$(-3, 8; -2, 5)$

2

$(10, 5; 11, 1)$

3

$(8, 7; 10, 1)$

4

$(2, 5; 3, 7)$

5

$(6, 7; 7, 7)$

- 1** Решением уравнения $x \sin \alpha = \cos \alpha - x$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$
- 1** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ **2** $\alpha = 2\pi n$ **3** $\alpha = (2n + 1)\pi$
4 $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ **5** $\alpha = \pi n$

- 2** Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x - 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество
- 1** $(-\infty; 4]$ **2** $[4; 6]$ **3** $(-\infty; 6]$ **4** $(-\infty; 4] \cup \{6\}$ **5** $\{6\}$

- 3** Упростить выражение $\frac{(\sqrt{13} - 2)^2 - 6}{\sqrt{13} + \sqrt{6} - 2} + \sqrt{6}$
- 1** $\sqrt{13}$ **2** $-2 - \sqrt{6}$ **3** 2 **4** $\sqrt{13} - 2$ **5** $2 + \sqrt{6}$

- 4** Если затраты на покупку апельсинов возросли на 76%, а цена килограмма апельсинов увеличилась на 10%, то вес купленных апельсинов возрос на
- 1** 64% **2** 60% **3** 66% **4** 68% **5** 72%

- 5** Числа $a = \log_{25} 121$, $b = 1,5$ и $c = \log_4 9$ удовлетворяют соотношению
- 1** $a < c < b$ **2** $b > a > c$ **3** $a < b < c$ **4** $a > c > b$ **5** $b < a < c$

- 6** Если $\frac{3 \cos \frac{\alpha}{2} + 2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{\alpha}{2}} = 4$, то угол α оканчивается в четверти
- 1** 1 **2** 4 **3** 2 **4** однозначно определить невозможно **5** 3

- 7** Наименьшее значение функции $y = 4^{\lg x} + 2^{1-2 \lg x}$ равно
- 1** 4 **2** $4\sqrt{2}$ **3** $3\sqrt{2}$ **4** 8 **5** $2\sqrt{2}$

- 8** Корень уравнения $3^{(-2^x)} = 7$ равен
- 1** уравнение корней не имеет **2** $-\log_2 \log_3 7$ **3** $\log_3 \log_2 7$
4 $-\log_3 \log_2 7$ **5** $\log_2 \log_3 7$

- 9** Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$
- 1** $(-1)^{n+1} + 10n$ **2** $(-1)^{n+1} + 5n$ **3** $6 + 10n$
4 $-1 + 10n$ **5** $\pm 1 + 10n$

- 10** В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 2-м, 3-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 12 минут; при печатании на 1-м, 3-м и 4-м - за 1 час 50 мин, а если листовки печатать на 1-м и 2-м станках, то тираж напечатают за 1 час 24 мин. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?
- 1** 1ч 24 мин **2** 1ч 15 мин **3** 1ч 10 мин
4 1ч 12 мин **5** 1ч 20 мин

- 11** В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его большего угла равен
- 1** 0,8 **2** 0,7 **3** 0,6 **4** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **5** $\frac{\sqrt{5}}{4}$

- 12** Все значения a , при которых графики функций $y = x^6 + 3x^2 + 1$ и $y = x^{100} - 90x^{50} + \sqrt{a^2}$ пересекаются нечетное количество раз, равны
- 1** такое невозможно **2** 0 **3** 1, -1 **4** -1 **5** 1

- 13** Наименьшее решение неравенства $|x^2 - 6x - 16| \leq 2x - 10$ принадлежит промежутку
- 1** (3; 5) **2** (-2; 6) **3** (4; 7) **4** (8; 12) **5** (6; 10)

- 14** Найдите отношение радиуса окружности, описанной около прямоугольного треугольника с острым углом 60° , к радиусу вписанной в этот треугольник окружности.
- 1** $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ **2** $\sqrt{3} + 1$ **3** $\frac{1}{\sqrt{3}} + 2$ **4** $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$ **5** $2\sqrt{3} + 1$

- 15** Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \sin \frac{\pi}{6})(x - \log_{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}) > 0$ образуют множество
- 1** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$ **3** $(0; +\infty)$
4 $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; +\infty)$ **5** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; \log_{\frac{\pi}{3}} 0, 5)$

- 16** Площадь области, задаваемой условием $(y - \sin x - 1)(\sin x - 2 - y)\sqrt{x - x^2} + 2 \geq 0$, равна
- 1** 6 **2** 12 **3** 2 **4** 3 **5** 9

17 Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{16x+72-x^2}{25}} \leq \frac{16x+72-x^2}{25}$ равно

1 22 **2** 21 **3** 24 **4** 20 **5** 23

18 Все значения a , при которых уравнение $9^x + a \cdot 3^x + a - 1 = 0$ не имеет решений, образуют множество

1 $[1; 2) \cup (2; +\infty)$ **2** $[1; +\infty)$ **3** $(-\infty; +\infty)$

4 $\emptyset$ **5** $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

19 Вычислить $\sqrt{11,75 - \sqrt{99}} - \sqrt{11,75 + \sqrt{99}}$

1 $-2\sqrt{3}$ **2** $-\sqrt{11}$ **3** 3 **4** $\sqrt{11}$ **5** $-23,5$

20 Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_2(-\frac{2}{x})$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид

1 $y = \log_2(\frac{x}{2})$ **2** $y = 2^{x+1}$ **3** $y = 2^{x-1}$

4 $y = -\log_2(\frac{2}{x})$ **5** $y = 2^{-x}$

21 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1}$ заключена в интервале

1 $(0; \sqrt{3})$ **2** $(-2; -1)$ **3** $(2; 4)$ **4** $(3; 5)$ **5** $(1; 2)$

22 Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{44}+\sqrt{6}}\right)^{x^2+2x-13} > \left(\frac{2}{25+\sqrt{264}}\right)$ равно

1 $(-\infty; 3)$ **2** $(-3; 5)$ **3** $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$

4 $(-5; 3)$ **5** $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$

23 Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{|x^2 - x - 2|}{x^2 - x - 2} + (x + a)^2 = 0$ имеет два различных корня

1 $a \in (0; 0,5)$ **2** $a \in (-0,5; 0)$ **3** $a \in (0,5; 1)$

4 $a \in (-\infty; -2)$ **5** $a \in (3; +\infty)$

24 Значение выражения $\text{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1) - \text{arctg}(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1)$ равно

1 $\frac{5\pi}{6}$ **2** $-\sqrt{3}$ **3** $\sqrt{3}$ **4** $-\frac{\pi}{3}$ **5** $-\frac{\pi}{6}$

25 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 13 = 0$, равна

1 7 **2** 9 **3** 6 **4** 4 **5** 5

26 Решить неравенство $3x + 4 > \sqrt{9 + 4x(x+3)} + \sqrt{-2x^2 - 8x + 10}$

1 $(-5; 1]$ **2** $\left(\frac{\sqrt{13}-5}{3}; 1\right]$ **3** $\left(\frac{2\sqrt{13}-5}{3}; 1\right]$

4 $\left(-\frac{4}{3}; 1\right]$ **5** $\left(-\frac{1}{3}; 1\right]$

27 Уравнение $a \cdot e^x = x^2$ имеет три решения при всех $a > 0$ из промежутка

1 $(0; 0,25e^2)$ **2** $(0; 2,25)$ **3** $(0; 4e^{-2})$ **4** $(0; 3]$ **5** $(4e^{-2}; +\infty)$

28 Сумма всех корней уравнения $7^x \cdot 61^{(-\frac{1}{x})} = 37$ принадлежит промежутку

1 $(-999; 2)$ **2** $[5; 999)$ **3** $[4; 5)$ **4** $[2; 3)$ **5** $[3; 4)$

29 Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[-1; 1]$, являются решениями неравенства $x^2 - 5x + (a+1)(4-a) < 0$.

1 $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$ **2** $(-2; 5)$ **3** $(0; 3)$

4 $(-2; 0) \cup (3; 5)$ **5** $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$

30 Указать промежуток, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{\log_{0,5}(x^2+1) - 2^x}{0,5 - \cos x} - \frac{2^x + \log_2(x^2+1)}{\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}}}$

1 $(7, 4; 8, 5)$ **2** $(9, 2; 9, 5)$ **3** $(3, 7; 5, 1)$

4 $(-2, 5; -1, 2)$ **5** $(1, 1; 2, 5)$

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 7	1
1	Решением уравнения $x - \sin \alpha = -x \cos \alpha$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$		
	1 $\alpha = (2n + 1)\pi$	2 $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$	3 $\alpha = 2\pi n$
	4 $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	5 $\alpha = \pi n$	
2	Все значения параметра a , при которых уравнение $(2x - a) \lg(x + 2) = 0$ имеет только один корень, образуют множество		
	1 $[-4; -2]$	2 $(-\infty; -4]$	3 $\{-2\}$
	4 $(-\infty; -2]$	5 $(-\infty; -4] \cup \{-2\}$	
3	Упростить выражение $\frac{(\sqrt{13} - 2)^2 - 6}{2 - \sqrt{13} - \sqrt{6}} + \sqrt{13}$		
	1 $-2 - \sqrt{6}$	2 $2 + \sqrt{6}$	3 2
	4 $\sqrt{13}$	5 $\sqrt{13} - 2$	
4	Если затраты на покупку огурцов возросли на 92%, а цена килограмма огурцов увеличилась на 60%, то вес купленных огурцов возрос на		
	1 32%	2 20%	3 36%
	4 24%	5 18%	
5	Числа $a = \log_2 3$, $b = \log_{36} 196$ и $c = 1,5$ удовлетворяют соотношению		
	1 $b > c > a$	2 $b < c < a$	3 $b > a > c$
	4 $a < b < c$	5 $b < a < c$	
6	Если $\frac{\cos \frac{\alpha}{2} - 3 \sin \frac{\alpha}{2}}{2 \cos \frac{\alpha}{2} - 5 \sin \frac{\alpha}{2}} = 2$, то угол α оканчивается в четверти		
	1 2	2 4	3 1
	4 3	5 однозначно определить невозможно	
7	Наименьшее значение функции $y = 9^{\lg x} + 3^{3-2 \lg x}$ равно		
	1 $9\sqrt{3}$	2 18	3 $6\sqrt{3}$
	4 $4\sqrt{3}$	5 36	
8	Корень уравнения $5^{(-2^x)} = 2$ равен		
	1 $\log_5 \log_2 5$	2 $-\log_2 \log_5 2$	3 корней нет
	4 $-\log_5 \log_2 5$	5 $\log_5 \log_2 0,2$	
9	Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = \sin\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$		
	1 $1 + 10n$	2 $\pm 1 + 10n$	3 $(-1)^n + 5n$
	4 $4 + 10n$	5 $(-1)^n + 10n$	

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 7	2
10	В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 3-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 2 часа 30 минут; при печатании на 1-м, 2-м и 4-м - за 1 час 40 мин, а если листовки печатать на 2-м и 3-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?		
	1 1ч 12 мин	2 1ч 20 мин	3 1ч 15 мин
	4 1ч 24 мин	5 1ч 10 мин	
11	В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его меньшего угла равен		
	1 0,8	2 $\frac{\sqrt{5}}{3}$	3 0,6
	4 0,7	5 $\frac{\sqrt{5}}{4}$	
12	Все значения a , при которых графики функций $y = x - 2 + x + 2 $ и $y = x^{10} - 9x^8 + 4x^6 - 3x^2 + (\sqrt{a})^2$ пересекаются нечетное количество раз, равны		
	1 2	2 0	3 4
	4 такое невозможно	5 4, -4	
13	Наибольшее решение неравенства $ x^2 + 6x - 16 \leq 10 - 2x$ принадлежит промежутку		
	1 (2; 5)	2 (3; 6)	3 (-6; 2)
	4 (-6; 0)	5 (-2; 2)	
14	Найдите отношение радиуса окружности, описанной около прямоугольного треугольника с острым углом 30° , к радиусу вписанной в этот треугольник окружности.		
	1 $\sqrt{3} + 2$	2 $\frac{2}{\sqrt{3}} + 1$	3 $\sqrt{3} + 1$
	4 $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$	5 $\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}$	
15	Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \cos \frac{\pi}{3})(x - \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}) > 0$ образуют множество		
	1 $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0,5; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$	2 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{2}; \log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3})$	
	3 $(\log_{\frac{\pi}{3}} 0,5; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; +\infty)$	4 $(0; +\infty)$	5 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}; \log_{\frac{\pi}{3}} 0,5)$
16	Площадь области, задаваемой условием $(x - 1)(x - 3)\sqrt{(y - \sin 2x - 1)(\sin 2x - 2 - y)} \leq 0$, равна		
	1 3	2 2	3 6
	4 12	5 9	

17 Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{64-18x-x^2}{22}} \leq \frac{64-18x-x^2}{22}$ равно

1 22 **2** 24 **3** 20 **4** 23 **5** 21

18 Все значения a , при которых уравнение $4^x + (a+1) \cdot 2^x + a = 0$ имеет ровно два решения, образуют множество

1 $(-\infty; -1)$ **2** $(0; +\infty)$ **3** $(-\infty; 0)$ **4** $\emptyset$ **5** $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

19 Вычислить $\sqrt{10,5 - \sqrt{106,25}} - \sqrt{10,5 + \sqrt{106,25}}$

1 $-\sqrt{21}$ **2** $-\sqrt{17}$ **3** $\sqrt{19}$ **4** $\sqrt{17}$ **5** $-\sqrt{19}$

20 Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_2(-2x)$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид

1 $y = 2^{-x+1}$ **2** $y = \log_2(2x)$ **3** $y = 2^{-x}$

4 $y = 2^{-x-1}$ **5** $y = \log_2(0,5x)$

21 Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 2}$ заключена в интервале

1 $(2; 4)$ **2** $(-2; -1)$ **3** $(0; \sqrt{3})$ **4** $(3; 5)$ **5** $(1; 2)$

22 Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{40} - \sqrt{2}}\right)^{x^2 - 5x + 8} < \left(\frac{2}{21 - 4\sqrt{5}}\right)$ равно

1 $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ **2** $(-\infty; 2)$ **3** $(2; 3)$

4 $(-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$ **5** $(3; +\infty)$

23 Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{|x^2 - 2x - 3|}{x^2 - 2x - 3} + (x - a)^2 = 0$ имеет два различных корня

1 $a \in (-1; 1)$ **2** $a \in (4; +\infty)$ **3** $a \in (-1; 3)$

4 $a \in (-\infty; -1)$ **5** $a \in (0; 2)$

24 Значение выражения $\operatorname{arccotg}(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1) - \operatorname{arccotg}(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1)$ равно

1 $\sqrt{3}$ **2** $-\sqrt{3}$ **3** $\frac{5\pi}{6}$ **4** $-\frac{\pi}{6}$ **5** $\frac{\pi}{6}$

25 Сумма всех целых положительных значений x и y , удовлетворяющих условию $x^2 + 2xy - 3y^2 - 13 = 0$, равна

1 4 **2** 5 **3** 9 **4** 7 **5** 8

26 Решить неравенство $5x - 6 > \sqrt{1 + 3x(3x + 2)} + \sqrt{-4x^2 + 16x + 20}$

1 $\left(\frac{11 + 2\sqrt{7}}{4}; 5\right]$ **2** $\left(\frac{11 + \sqrt{7}}{4}; 5\right]$ **3** $(-1; 5]$

4 $\left(\frac{11 + 3\sqrt{7}}{4}; 5\right]$ **5** $(0; 5]$

27 Уравнение $a \cdot e^x = x^2$ имеет единственное решение при всех $a > 0$ из промежутка

1 $(e; +\infty)$ **2** $(4e^{-2}; +\infty)$ **3** $(0; 3]$ **4** $(0; 0,25e^2)$ **5** $(0; 2,25)$

28 Сумма всех корней уравнения $3^x \cdot 61^{(-\frac{1}{x})} = 217$ принадлежит промежутку

1 $[5; 6)$ **2** $[6; 999)$ **3** $(-999; 3)$ **4** $[3; 4)$ **5** $[4; 5)$

29 Укажите множество всех значений параметра a , при которых все значения x , принадлежащие промежутку $[1; 3]$, являются решениями неравенства $x^2 - x + (a - 2)(3 - a) < 0$.

1 $(0; 2) \cup (3; 5)$ **2** $(-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$ **3** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

4 $(2; 3)$ **5** $(0; 5)$

30 Указать промежутки, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{\log_{0,5}(x^2 + 1) - 2^x}{\sin x - 0,5}} + \frac{2^x + \log_2(x^2 + 1)}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}$

1 $(2, 4; 2, 5)$ **2** $(-0, 7; 1, 5)$ **3** $(0; \pi)$ **4** $(-1, 5; 0, 9)$ **5** $(0, 8; 1, 5)$

1 Решением уравнения $x = x \sin \alpha + \cos \alpha$ является любое число, если, $(n \in \mathbb{Z})$

1 $\alpha = (4n - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ **2** $\alpha = (2n + 1)\pi$ **3** $\alpha = \pi n$

4 $\alpha = 2\pi n$ **5** $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

2 Все значения параметра a , при которых уравнение $(3x + a) \lg(x - 1) = 0$ имеет только один корень, образуют множество

1 $(-\infty; -3]$ **2** $[-3; +\infty) \cup \{-6\}$ **3** $[-6; -3]$

4 $\{-6\}$ **5** $[-3; +\infty)$

3 Упростить выражение $\frac{6 - (\sqrt{13} - 2)^2}{\sqrt{13} + \sqrt{6} - 2} + \sqrt{13} - \sqrt{6}$

1 $\sqrt{13} - 2$ **2** 2 **3** $-2 - \sqrt{6}$ **4** $\sqrt{13}$ **5** $2 + \sqrt{6}$

4 Если затраты на покупку помидоров возросли на 82%, а цена килограмма помидоров увеличилась на 30%, то вес купленных помидоров возрос на

1 52% **2** 36% **3** 48% **4** 32% **5** 40%

5 Числа $a = \log_5 11$, $b = 1,5$ и $c = \log_2 3$ удовлетворяют соотношению

1 $a < b < c$ **2** $a < c < b$ **3** $b > a > c$ **4** $b < a < c$ **5** $a > c > b$

6 Если $\frac{3 \sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}}{4 \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}} = -2$, то угол α оканчивается в четверти

1 3 **2** 1 **3** 2 **4** однозначно определить невозможно **5** 4

7 Наименьшее значение функции $y = 4^{\lg x} + 2^{5-2 \lg x}$ равно

1 4 **2** $2\sqrt{2}$ **3** $4\sqrt{2}$ **4** $8\sqrt{2}$ **5** 8

8 Корень уравнения $7^{(-2^x)} = 4$ равен

1 $\log_2 \log_7 4$ **2** $-\log_2 \log_7 4$ **3** $-\log_4 \log_7 2$

4 уравнение корней не имеет **5** $\log_4 \log_2 7$

9 Все решения уравнения $\sin\left(\frac{\pi x}{5}\right) = -\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right)$ определяются формулой $(n \in \mathbb{Z})$

1 $\pm 1 + 10n$ **2** $1 + 10n$ **3** $4 + 10n$

4 $(-1)^n + 5n$ **5** $(-1)^n + 10n$

10 В предвыборном штабе депутата листовки печатают 4 станка разной мощности. При печатании листовок на 1-м, 2-м и 4-м станках весь тираж будет готов за 1 час 48 минут; при печатании на 1-м, 2-м и 3-м - за 2 часа 15 мин, а если листовки печатать на 3-м и 4-м станках, то тираж напечатают за 1,5 часа. За какое время будет готов весь тираж при совместной работе всех четырех станков?

1 1ч 10 мин **2** 1ч 20 мин **3** 1ч 15 мин

4 1ч 24 мин **5** 1ч 12 мин

11 В прямоугольном треугольнике длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Синус его большего угла равен

1 0,8 **2** 0,6 **3** 0,7 **4** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **5** $\frac{\sqrt{5}}{4}$

12 Все значения a , при которых графики функций $y = 2x^6 + 7x^2 + 1$ и $y = 3x^{10} - 9x^2 + \sqrt{a^2}$ пересекаются нечетное количество раз, равны

1 1 **2** 1, -1 **3** такое невозможно **4** -1 **5** 0

13 Наибольшее решение неравенства $|x^2 - 6x - 16| \leq 2x - 10$ принадлежит промежутку

1 (5; 11) **2** (4; 7) **3** (9; 14) **4** (11; 15) **5** (1; 7)

14 Найдите отношение радиуса окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с острым углом 45° , к радиусу описанной около этого треугольника окружности.

1 0,5 **2** $\sqrt{2} + 1$ **3** $\sqrt{2} - 1$ **4** 0,25 **5** $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

15 Все решения неравенства $x \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}) \cdot (x - \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6}) > 0$ образуют множество

1 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6}; +\infty)$ **2** $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6})$

3 $(-\infty; 0) \cup (\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; \log_{\frac{\pi}{8}} \lg \frac{\pi}{6})$ **4** $(-\infty; \log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8})$

5 $(\log_{\frac{\pi}{3}} \lg \frac{\pi}{8}; +\infty)$

16 Площадь области, задаваемой условием $(x^2 - 1)\sqrt{(\cos 2x - 2 - y)(-\cos 2x + 1 + y)} \leq 0$, равна

1 9 **2** 2 **3** 3 **4** 12 **5** 6

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 8	3
17	Количество целочисленных решений неравенства $\sqrt{\frac{72-16x-x^2}{25}} \leq \frac{72-16x-x^2}{25} \text{ равно}$ 1 22 2 20 3 24 4 23 5 21		
18	Все значения a, при которых уравнение $4^x + a \cdot 2^x + a - 2 = 0$ не имеет решений, образуют множество 1 $\emptyset$ 2 $[2; +\infty)$ 3 $(-\infty; +\infty)$ 4 $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 5 $(0; 2)$		
19	Вычислить $\sqrt{33,5 + \sqrt{1073,25}} + \sqrt{33,5 - \sqrt{1073,25}}$ 1 $2\sqrt{33,5}$ 2 $\sqrt{67}$ 3 9 4 $2\sqrt{15}$ 5 $\sqrt{53}$		
20	Функция, график которой симметричен графику функции $y = \log_3(-3x)$ относительно прямой $y = -x$, имеет вид 1 $y = 3^{-x-1}$ 2 $y = 3^{-x}$ 3 $y = 3^{-x+1}$ 4 $y = \log_3(\frac{1}{3}x)$ 5 $y = \log_3(3x)$		
21	Разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 2}$ заключена в интервале 1 $(-2; -1)$ 2 $(1; 2)$ 3 $(0; \sqrt{3})$ 4 $(3; 5)$ 5 $(2; 4)$		
22	Множество решений неравенства $\left(\frac{2}{\sqrt{30}-\sqrt{12}}\right)^{x^2-3x} > \left(\frac{21-\sqrt{360}}{2}\right)$ равно 1 $(-2; -1)$ 2 $(-\infty; 1)$ 3 $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ 4 $(1; 2)$ 5 $(-1; +\infty)$		
23	Среди приведенных, указать промежутки, где уравнение $\frac{x^2 - x - 2}{ x^2 - x - 2 } - (x - a)^2 = 0$ не имеет корней 1 $a \in (0, 5; 2)$ 2 $a \in (3; +\infty)$ 3 $a \in (0; 0, 5)$ 4 $a \in (-1; 0)$ 5 $a \in (-2; -1)$		
24	Значение выражения $\arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} + 1) - \arctg(\sqrt{2\sqrt{3}} - 1)$ равно 1 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2 $-\frac{\pi}{3}$ 3 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4 $-\frac{\pi}{6}$ 5 $\frac{\pi}{6}$		
25	Сумма всех целых положительных значений x и y, удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy - 2y^2 - 7 = 0$, равна 1 7 2 5 3 3 4 6 5 4		

ТО2008-2	Олимпиада учителей, ноябрь 2008	Вариант 8	4
26	Решить неравенство $4x - 5 > \sqrt{1 + x(x + 2)} + \sqrt{-3x^2 + 6x + 24}$ 1 $\left(\frac{7 + \sqrt{33}}{4}; 4\right]$ 2 $\left(\frac{4 + \sqrt{33}}{4}; 4\right]$ 3 $(-2; 4]$ 4 $\left(\frac{5}{4}; 2\right]$ 5 $(3; 4]$		
27	Уравнение $e^x = ax^2$ имеет три решения при всех $a > 0$ из промежутка 1 $(0; 2, 25)$ 2 $(0, 25e^2; +\infty)$ 3 $(0; 3]$ 4 $(0; 0, 25e^2)$ 5 $(4e^{-2}; +\infty)$		
28	Сумма всех корней уравнения $2^x \cdot 19^{(-\frac{1}{x})} = 117$ принадлежит промежутку 1 $[6; 999)$ 2 $(-999; 3)$ 3 $[3; 4)$ 4 $[4; 5)$ 5 $[5; 6)$		
29	Укажите множество всех значений параметра a, при которых все значения x, принадлежащие промежутку $[1; 2]$, являются решениями неравенства $x^2 - 6x + (a + 2)(4 - a) > 0$. 1 $(0; 2)$ 2 $(-1; 3)$ 3 $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ 4 $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ 5 $(-1; 0) \cup (2; 3)$		
30	Указать промежутки, в каждой точке которого определена функция $y = \sqrt{\frac{2^x - \log_{0,5}(x^2 + 1)}{\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}}} + \frac{2^x + \log_2(x^2 + 1)}{0,5 - \sin x}$ 1 $(-1, 5; 0, 9)$ 2 $(0; \pi)$ 3 $(-0, 7; 1, 5)$ 4 $(2, 4; 2, 5)$ 5 $(0, 8; 1, 5)$		